1．　以下の解答例A，解答例Bと解答例Cにおける誤りを指摘してください．いずれも質量5.0gの重りを速さ一定で10秒に10.0cm鉛直上方に引き上げる際の仕事率を計算するものです．なお，それぞれの数値の計測は，質量が0.1g単位，鉛直上方への移動距離は1mm単位，時間は1秒刻みである．また重力加速度は9.80665m/s2であるとします．

解答例A：5.0÷1000×9.80665×10÷(10)＝0.00490W

解答例B　質量5.0gの物体を，重力加速度*g*の下で，高さ10cm引き上げる仕事は
5.0÷1000×9.80665×10/100=4.903325×10-2
仕事率は1秒間あたりの仕事であるから
4.903325×10-2/10=4.90×10-3 W=4.90 mW
よって4.90 mW

解答例C　仕事率*L*で鉛直上方に一定速度で*t*秒間に高さ*h*引き上げる時の式は式(1)で表される．

　　*L*=*Mgh*/*t* (1-1)

　ここで与えられた条件に基づいて，*M*=5.0，*g*=9.80665，h=10/100, t=10を代入すると，L=0.490033Wの解が得られる．
　以上より求める仕事率は0.490033 Wである．

2．　下に示す目盛り上にsin60°を記入して値を読み取り，その値を2倍した値と2 sin60°の数値を求めてください．これらの値に基づき，四捨五入する際に≒を使ってはならない理由と，数値を代入して計算するときに誤差を小さくする方法について説明してください．

0

1.0

2.0

3．　平地にて停止した車重１ｔの車を一定の加速度で10秒後に時速100㎞まで加速する時に必要な馬力を求めてください．1tは1000㎏です．馬力の単位はPSで，1PSは概ね75×9.80665 Wです．

4．　図1において，点Aと点Bを結ぶ円弧の長さを，図中の記号を用いて表してください．

(*x*, *y*)

*x*

*y*

図１　三角関数の関係を確認するための図

(0,0)

*r*

θ

極座標による表現（この授業で扱わない）

A

B

ベクトルによる表現

5．　図1における*x*と*y*をrとθで表わしてください．また，逆三角関数ではθ=arctan(tanθ)という関係がありますが，その関係を用いてθを*x*と*y*で表して下さい．

6．　回転軸がトルク*T* N･mで回転し，仕事率*P* Wの出力を発揮する時，一秒間あたりの回転数を求めてください．（トルクは，力のモーメントと同じ意味で，回転方向にかかる力の大きさとその作用点と回転中心の距離の積です．）

7．　図2は低温度差スターリングエンジンを熱力学的に解析するための模式図です．記号は，*V*が容積，*T*が温度，*m*と*R*が動作流体(注7-1)の質量と気体定数，*P*が圧力とする．添え字は，cpがパワーピストンシリンダ内の変化する部分，cがパワーピストンのある側の空間でディスプレーサの往復動で変化する部分，hがパワーピストンの無い側の空間でディスプレーサの往復動で変化する部分，cおよびhの後にdがつく添え字は掃気されない空間，rも掃気されないが再生器のように温度分布がある空間を表す（注7-2）．ここでは動作流体の漏れはないものとし，ディスプレーサやピストンの往復動により点線で区切られた各区画の容積は変化する部分もあり，動作流体の移動もあるが，各区画の温度は変化せず，また区画毎の圧力差はなく，全区画の圧力が同時に変化する，と仮定する．この一連の仮定が等温モデルである．

（注7-1　動作流体は熱力学的な仕事をする流体のこと．ここでは内部に充填した気体．注7-2　一般的にピストンのある側が上に来て，低温側になることが多い．しかし，この解析においては高温と低温が入れ替わっても差し支えない．）

*V*h, *T*h

*V*r, *T*r

*V*cd, *T*c

*V*c, *T*c

*V*cp, *T*c

再生器

ガスシール

熱交換器

ディスプレーサ

熱交換器

*V*h, *T*h

ピストン

*V*hd, *T*h

*V*r, *T*r

*V*cd, *T*c

*V*c, *T*c

*V*cp, *T*c

ディスプレーサ

図2　等温モデルで表す低温度差スターリングエンジン

7．1　圧力Pが一定の条件で，*V*cと*V*hの容積変化が式(7-1)(7-2)で与えられるとき，ピストンシリンダ内の容積*V*cpの最大値と最小値の差，内部エネルギ*U*の変化量を求めてください．理想気体の状態方程式は式(7-3)を用いるものとします．式(7-4)(7-5)の関係があります．機械系では一般気体定数*R*0=8.3145J/(mol･K)と物質量*n*ではなく，質量*m*と気体毎に異なる気体定数*R*を用いることが多い．なお*A*D*x*stDとαが定数である．*φ*が変数である．内部エネルギの計算は定容比熱*CV*を用いて式(7-6)で計算できる．しかし，ここでは定容比熱*CV*を温度に関わらず一定とみなし，式(7-7)を用いて良い．

 (7-1)

 (7-2)

*PV*=*mRT* (7-3)

*PV*=*nR*0*T* (7-4)

*R*0=*MR* (7-5)

7．2　問7.1に類似した条件で，加熱によって動作流体が得るエネルギを全て使い切る条件を考えてください．また，その条件でスターリングエンジンが継続的に運転可能かどうか考えてください．運転が可能ではない場合，何が問題か説明してください．

7．3　次に問7.1と類似した条件のスターリングエンジンにおいて，圧力一定の条件を取りやめて式(7-8)の仮定を与えた仮想的なモデルがシュミット（Schmidt）サイクルと呼ばれ，その*PV*線図は図3のようになる．位相*φ*における仕事の正と負が，*PV*線図と機構を介した軸出力で異なる理由を考えてください．
　なお問7.1における*A*D*x*stDはディスプレーサの掃気容積である．*A*p*x*stpはピストンの掃気容積で，ピストンの断面積*A*pと行程*x*stp（注：行程は往復動の移動距離）の積で行程容積と呼ばれる．式(7-1)(7-2)で用いるαはピストンとディスプレーサの運動の位相差である．位相*φ*は式(7-8)が示すように，ピストンのシリンダ内容積が最小値で0となる位相の変数である．式(7-1)(7-2)と式（7-8）の関係は，実際のクランク機構を用いた場合とは若干異なる．式(7-9)の整理に，式(7-10)と図4を導入すると，式(7-11)(7-12)(7-13)が得られる．

 (7-8)

 (7-9)

 (7-10)

 (7-11)

 (7-12)

 (7-13)

*P*

*V*

*P*max

*P*mean

*P*min

*φ*=*β*

*φ*≈*π*/2+*β*

*φ*=*π*

*φ*=*π*+*β*

*V*max

*V*min

*φ*=0

*φ*≈3*π*/2+*β*

図3　シュミットサイクルの*PV*線図

図4　三角関数の和

7．4　図3の周回積分において，時計回りが正，反時計回りが負になる理由を説明してください．

7．5　図3の*PV*線図の傾きから，大雑把に，「熱の授受で容積が変化する」「熱の授受と外力で容積が変化する」「熱の授受による力に反して外力が容積を変化もしくは固定している」に分けてください．

8．　図５で，灰色のマス目の数を数えて求める面積と，一般的な底辺と高さの積を2で除す求め方と値をくらべてください．

図５　0≦*x*≦10における*y*=10*x* と*y*=*x*２のグラフ

9．図6で，*x*=3において*y*を*x*で二階微分した値を，*y*=12/*x*の関係を利用せずに，オイラー法（テイラー展開の第2項目まで考慮する方法）を参考に求めてください．

図６　微分を考えるグラフ

 (9－1)



 (9－2)

10．1　熱伝導（注10.1）と熱伝達（注10.2）には式(10-1)～(10-3)の関係が成り立つ．図10において熱通過率Kを求めてください．また熱伝導率λと熱伝達率αの単位を求めてください．ここで*Q*は1秒当たりに通過する熱量で単位はWです．注10.1：物質内の熱の移動，注10.2：物体と物体の界面での熱の移動

　　　熱伝導： (10-1)

　　　熱伝達： (10-2)

　　　熱通過率*K*をつかった表現： (10-3)

（熱通過方向に対する）断面積*A*，（熱通過方向に対する）厚さ*L*，熱伝導率λの円形の伝熱板

伝熱板上方の冷却空気の温度*T*l

伝熱板下方の動作流体の温度*T*h

伝熱板と冷却空気の間の熱伝達率αl

伝熱板と動作流体の間の熱伝達率α2

図７　問10を考えるための図

　問7のような熱力学の問題では，非現実的な「可逆過程」と「準静的過程」を仮定している．「可逆過程」は例えば動作流体の納まる系と外部の間に温度差が無く，動作流体の温度変化と外部の温度変化が同時に生じるような状態を仮定している．しかし実際は問10のように温度差があることで熱が移動するので，加熱や冷却に際して系の内外の温度は一致しない．また系内の温度は巨視的に見ても瞬時に均一になる訳では無いが，「準静的過程」と称して系内の温度や圧力が系内で偏りなく均一に変化すると仮定している．一方，式(10-1)~(10-3)も微視的な原子や分子などの挙動は考慮しないので，熱平衡を表現できない．
　また熱伝達率も次の問題のように特定の条件ではヌセルト数という形で与えられるが，低温度差スターリングエンジンのような条件はコンピュータを用いて熱流体計算を行う．なおヌセルト数の式等の不思議な係数や指数で表現される式は，その係数や指数の意味を考えるものではないし，1kcal=4.1868kJや*g*=9.80665m/s2，1atm=101.325kPa=760mmHg，*R*0=8.3145kJ/(kmol･K)などとは異なり覚える必要があるとは思えない．

10．2　300Kの水が，内径24mmの管内を発達した状態で，質量流量*m*=0.5kg/sで流れています．壁温360K一定で加熱される加熱区間出口における温度を340Kにしたいと考えています．表１の物性値と式(10-4)～(10-10)を用いて以下の手順に従って計算してください．（参考：平山直道，荒木良一郎編，例題で学ぶ熱力学，第４刷，丸善，（1999）p.132）

　手順1　水の平均温度を求めてください．

　手順2　水1kgが300Kから340Kに加熱される時に必要な熱量を求めてください．

　手順3　水が管内を流れる時の平均流速を求めてください．

　手順4　水の流れが乱流と層流のいずれであるか判断してください．レイノルズ数2300以下だと乱れ

ることが無い層流，レイノルズ数3000以上だと実用上は乱流とみなすと判断してください．

　手順5　熱伝達率を求めてください．

　手順6　必要な菅の長さを求めてください

　　　　平板に沿う流れ（層流）（*Pr*>0.6） (10-4)

　　　　平板に沿う流れ（乱流）（0.5<*Pr*<5） (10-5)

　　　　円管（層流） (10-6)

　　　　円管（乱流）（104<*Re*<107，0.7<*Pr*<120） (10-7)

　　　　ヌセルト数 (10-8)

　　　　レイノルズ数 (10-9)

　　　　プラントル数 (10-10)

　　　　α：熱伝達率，λ：熱伝導率，μ：流体の粘度，μW：管壁温度における流体の粘度，

　　　　ν：動粘度（=μ/ρ），ρ：密度，*a*：熱拡散率（=λ/（*c*ρ）），*d*：代表長さ，*L*：代表長さ，

　　　　*u*：流速，*x*：流入口からの距離

表１　水の物性値\*

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 温度[K] | 密度[kg/m3] | 定圧比熱[kJ/(kg･K)] | 粘度[10-6Pa･s] | 動粘度[10-6m2/s] | 熱伝導率[W/(m･K)] | 熱拡散率[10-6m2/s] |
| 300320340360 | 996.66989.47979.48967.23 | 4.1794.1804.1884.202 | 854.4577.2422.5326.7 | 0.85720.58320.43140.3378 | 0.61040.63690.65990.6710 | 0.14660.15400.16010.1651 |
| \*参考書（平山直道，荒木良一郎編，例題で学ぶ熱力学，第４刷，丸善，（1999）p.132）において，「日本機械学会，技術資料　流体の熱物性値集」から抜粋されていたデータを使用しました） |

11. ピストンを用いる熱機関が間欠的に仕事を発生させるのに対して，火力発電や原子力発電で用いられるランキンサイクルやジェットエンジンやガスタービン等のブレイトンサイクルでは連続的に動作流体が流れ，仕事を発生させます．

：質量流量[kg/s]

*L*12

*Q*in

*g*：重力加速度

*u*1

*p*1

*v*1

*z*1

*T*1

*Q*in：供給熱量

*u*2

*p*2

*v*2

*z*2

*T*2

*T*：温度[K]

*Q*out：系からの放熱

*g*

*u*：流速[m/s]

*L*12：タービンで取り出す工業仕事

*Q*out

*v*：比体積[m3/kg]

*p*：圧力[Pa]

*z*：基準面からの高さ[m]

図８　タービンの模式図

11.1　図8の流入部状態1において単位時間当たり*m*kg流入する動作流体を動かす仕事を求めてください．

11.2　図8において単位時間当たり*m*kg流出入する動作流体に対して，内部エネルギ，動作流体を動かす仕事，運動エネルギ，基準面を0とした位置エネルギなどを考慮して，熱力学の第1法則を満たす式を作ってください．供給熱量，系からの放熱，工業仕事を単位時間当たりの数値にする時は，質量流量と同様にドットを付して表現してください．必要な定数は適宜定義して使用してください．

11.3　問11.2で解答した式において，運動エネルギと位置エネルギは状態１と状態２で差が他の項目に対して十分小さいと見なせる場合の式を作ってください．なお解答する式は，左辺に動作流体の保有するエネルギと動作流体を動かす仕事の項を配し，右辺に供給熱量・放熱・工業仕事を配してください．

11.4．　問11.3で解答した式において，系からの放熱が無いと仮定し，断熱変化（注11）をするものとして，式を解答してください．

注11：断熱変化を仮定すると，工業仕事はタービン前後のエンタルピの差です．エンタルピは内部エネルギに圧力と体積の積を足したようなもので，定圧比熱を温度で積分して質量を乗じても得られます．空気なら，温度と圧力と流量が分かれば工業仕事が推定できます．しかし相変化を伴う水蒸気は，タービン出口で圧力と温度だけでは気体と液体の割合が決まらず，工業仕事が不明です．そこで，断熱変化でエントロピが変化しないことを利用し，温度・圧力・比エンタルピ*h*・比エントロピ*h*を図示した蒸気*h*-*s*線図を用いてタービン前後のエンタルピの差を求めたり，乾き度を求めてエンタルピを求めます．

11.5　図8の入口から出口までの系が外部にする仕事の合計を絶対仕事として，問4で解答した式に基づいて絶対仕事*W*12を求めてください．

11.6．　問11.5に基づいて*p*-*v*線図で工業仕事を図示してください．またその結果を，積分を用いて表現してください．

11.7．　タービンを回す動作流体の比体積*v*を実験的に計測することが可能か否かを，現実の問題として考えてください．

12．問11のようなシステムでは，動作流体の流量は浮子式流量計ではなく，ピトー管やオリフィスを用いるのが一般的です．これらはセンサで計測する流体の温度と圧力から，ベルヌーイの定理に類似した演算で流速を得ます．実務では，動作流体の整流や係数による補正などを行い，妥当な値が得られるようにします．なおエネルギ保存則（ベルヌーイの法則）は非圧縮性で非粘性の流体が定常で流れている時，同一流線上で外部との熱の授受が無い時に成り立つ．「流量が系内で同一であれば，断面積と流速の積が一定である」する連続の式を用いれば，流量や同一系内における他区間での流速などを求められる．

12.1．　とある断面で単位時間当たり*m*kg流入する動作流体を動かす仕事を求めてください．そのときの流体の圧力を*p*とします．

12.2　問12.１の条件で，同じ流体が持つ運動エネルギと位置エネルギを求めてください．

12.3．　問12.1と問12.2に基づいて，状態１と状態２におけるエネルギ保存の法則を満たす式を示してください．ただし，この式の各項の単位が長さの単位ｍになるようにしてください．

12.4．　図9はピトー菅と呼ばれる工業的に良く用いられる流速測定器具の原理を簡易的に示したものである．問12.3の結果を用いて，流速*u*1を灰色で示される流体の高さ等を用いて表わしてください．解答に必要な物理量は，適宜記号を説明して利用してください．なお白色で示される部分の流体の密度は無視できる程度に十分に小さいと見なしてください．

*u*1

*p*a

*h*

*H*

図9　ピトー管の模式図

13.「摩擦が無視できる」，「気体は理想気体」，「与えられる熱量は気体の温度変化にのみ使われる」と仮定し，図10の斜線部が示す気体の圧力と容積の関係を，図11の*p*-*V*線図で表しました．　状態１から状態２に至る過程で，圧力*p*Aおよび温度*T*1一定で，熱機関が気体を吸気口から取り入れ，シリンダー内の容積が*V*Aから*V*Bまで変化した。吸気された気体の内部エネルギーは*U*inであり，ピストンは気体から仕事*W*inをされた．

吸気口

排気口

圧力一定

温度一定

吸気

断熱圧縮

ピストン

シリンダー

状態２（圧力*p*A, 容積*V*B）

状態３（圧力*p*B, 容積*V*A）

状態１（圧力*p*A, 容積*V*A）

定圧膨張

圧力一定

排気

温度一定

断熱膨張

状態４（圧力*p*B）

状態６（圧力*p*C, 容積*V*A）

状態５（圧力*p*C, 容積*V*B）

図10　エンタルピや工業仕事，ベルヌーイの定理の圧力の項に関する問題の模式図

13.1　仕事*W*inを，*p*A，*V*Aおよび*V*Bを用いて表してください．

13.2　状態１から状態６までの間に，「ピストンの運動から取り出せる熱機関の仕事*L*」を，*U*in，*W*in，*Q*，*U*out，*W*outを用いて表してください．

図11　エンタルピや工業仕事，ベルヌーイの定理の圧力の項に関する問題の*ｐ*-*V*線図

14.　図12のような隙間を流れる流体に生じる圧力差について考える．流速の勾配dv/dxと流体の粘度μ，せん断応力τ（注：応力は1平方メートルあたりにかかる力で，せん断は圧縮や引張と異なり互い違いに力が加わる状態である）が式14.1を満たす流体をニュートン流体と言う．動作流体の空気をニュートン流体とみなして考える．内外の圧力差が(*dP*/*dh*)*h*で与えられるものとします．

14.1　ディスプレーサが静止し，内外で圧力差があると仮定した時，式(14.2)が成り立つと考える．この式14.2の考え方を図示してください．

14.2　図12における幅*d*の隙間の中心をx=0とした時の，位置*x*における流速*v*が式(14.3)になることを示してください．

14.3　図12における*d*×*L*の隙間から単位時間に漏れる動作流体の体積流量Qが式(14.4）になることを示してください．

ディスプレーサ

*d*

*L*

*h*

*x*=0

*x*

図12　互いに反対方向に移動する2枚の平行な平板と，それが模擬する漏れ防止策が不十分なディスプレーサロッドシール部

　　 (14.1)

　　 (14.2)

　　 (14.3)

　　 (14.4)

15.　厚さ0.5mmの硬質塩化ビニル板2枚を間に厚さ1.0mmの樹脂を挟んで貼り合わせた部品が，厚さ1.0mmの硬質塩化ビニル樹脂に比べて，曲げ剛性IEが何倍になるか考えてください．間に挟んだ樹脂の縦弾性係数は影響が無いと仮定してください．

壁

中立面（注：引張・圧縮のない面)で，縦方向の変位をyとしたとき，この面をy=0とする．

0

せん断力図（SFD）

注：時計回り方向の

力のかかり方が正

0

曲げモーメント図（BMD）

注：上に凸の変形を生じるような曲げモーメントが負

部材の重さは影響するが，この問題の説明では無視している

引張り

圧縮

せん断

荷重*F*

フックの法則：　垂直応力σ=縦弾性係数*E*×縦ひずみε（せん断応力にも類似した式がある．）

これが断面2次モーメント*I*

曲げ剛性*IE*が大きいと，同じ曲げモーメントでも曲率半径ρが大きく，変形が小さい

絶対値の大きい箇所が破損し易い

図13　材料力学の大雑把な説明

16.1 　素材が均質で断面積が一定の棒があったとして，棒の端を回転中心とする場合の慣性モーメントは，棒の真ん中を回転中心とする場合の何倍になるか，求めてください．慣性モーメントは，質量*dm*の回転中心からの距離を*r*として，*r*2*dm*を全体に積分することで求められます．

16.2　厚さと密度が一様な質量*m* kg 半径*R* m の円盤において，中心軸を通る回転軸の周りの慣性モーメントが(*mR*2)/2で与えられることを説明してください．慣性モーメントは，質量*dm*の回転中心からの距離を*r*として，*r*2*dm*を全体に積分することで求められます．

曲率半径*r*

*t*秒間

角速度*ω*0

角速度*ω*

質量*m*

仮想的な点O

速度*ω*0*r*

速度*ωr*

円周方向に働く力*F*

質量*m*

*t*秒間

速度*v*0

速度*v*

仮想的な点O

物体に働く力*ma*

加速度*a*

|  |  |
| --- | --- |
| 図4-5-1-3　直線運動 | 図4-5-1-4　円弧上の運動 |

　　 (4-5-1-1)
　　 (4-5-1-2)
　　 (4-5-1-3)
　　 (4-5-1-4)
　　 (4-5-1-5)
　　 (4-5-1-6)
　　 (4-5-1-7)
　　 (4-5-1-8)
　　 (4-5-1-9)
　　 (4-5-1-10)
　　 (4-5-1-11)

自著「**An introduction to DIY by handicraft of a low temperature differential Stirling engine written in Japanese スターリングエンジンの手作りでDIY入門」**から抜粋して引用

17.　 図14は，点Oを中心に点（*x*2,*y*2）が回転運動し，それに伴って点（*x*1,*y*1）が往復動するクランク機構の一種である．点（*x*1,*y*1）の往復動の延長線上に点Oがある場合が単クランク機構，延長線上に点Oが無い図14の場合をオフセットクランク機構などと言う．図14において楕円で示される部品は，点（*x*2,*y*2）と点（*x*1,*y*1）を結ぶ剛体で，連接棒と呼ばれる．
　図14において，θおよび*x*1が時間の関数で，*y*1と*r*とξが定数である．このときの連接棒上の点（*x*3,*y*3）運動は式(17.1)で示される．この点（*x*3,*y*3）にかかる加速度が，点（*x*1,*y*1）の加速度，連接棒が点（*x*1,*y*1）を中心に回転する際の向心力に関わる加速度，および連接棒の点（*x*1,*y*1）周りの慣性モーメントに関わる加速度の和になることを，式(17.1)に基づく解析により示してください．

****

 (17.1)

図14　オフセットクランク機構

*θ*

(*x*1,*y*1)

*ξ*’

(*x*2,*y*2)

(*x*3,*y*3)

*x*

*y*

O

*r*

18.　例えば加藤が取り扱ったスターリングエンジンでは，クランク角*φ*に式(18.1)の関係があった．係数*A*(*φ*)，*B*(*φ*)，*C*(*φ*)，*D*(*φ*)は学部1～3年生で受講する機械工学に基づいて数式として導くことができるもので，例えばそれをグラフに表示した一例が図15である．
　下の表計算を用いた角速度の挙動の推定において，3行目以降の計算を，あなたならどう進めますか？

図15　解析に用いる係数

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | A | B | C | D | E | F | G | H |
| １ | 角度*φ*度 | 係数*D*(*φ*) | 係数*A*(*φ*) | 係数*B*(*φ*) | 係数*C*(*φ*) | 角速度rad | 角加速度rad/s | 時間秒 |
| ２ | 0 | -0.00025 | -0.00027 | -0.000046 | -0.00015 | 1×2π |  | 0 |
| ３ | 1 | -0.00026 | -0.00028 | -0.000049 | -0.00015 |  |  |  |
| ４ | 2 | -0.00027 | -0.00028 | -0.000052 | -0.00015 |  |  |  |
| ５ | 3 | -0.00028 | -0.00029 | -0.000055 | -0.00015 |  |  |  |

A2，F2, H2：計算を始めるクランク角，角速度，時間を初期値として与える．

A列：ここではクランク角*φ*が1度ずつ増えるようにした．例：[A3]=[A2]+1

B列～E列: 式(18.1)とともに別途計算で定まる定数．

G列：式(18.1)にB～F列の値を代入するとd2*φ/dt*2が求められる．

H列：例えば360度後の角速度が概ね同じとき，その所要時間の逆数が1秒当たりの回転数になる．